

## Inhaltsverzeichnis

<b>Grundlagen der Analysis</b> .....	<b>9</b>
Übersicht über die Kurvendiskussion.....	9
Abkürzungen & Begriffe.....	10
<b>A.11 Anschauliche Bedeutungen</b> .....	<b>13</b>
A.11.01 Die Funktion $f(x)$ .....	13
A.11.02 Die erste Ableitung $f'(x)$ .....	13
A.11.03 Die zweite Ableitung $f''(x)$ .....	13
A.11.04 Die Stammfunktion $F(x)$ .....	13
A.11.05 Die Definitionsmenge.....	14
A.11.06 Die Wertemenge.....	14
A.11.07 Monotonie.....	15
A.11.08 Krümmungsverhalten.....	16
<b>A.12 Nullstellen / Gleichungen lösen</b> .....	<b>17</b>
A.12.01 Auf Form bringen.....	18
A.12.02 Nullstellen von der ganz billigen Sorte.....	19
A.12.03 Nullstellen-Findung durch Ausklammern.....	20
A.12.04+A.12.05 Nullstellen von quadratischen Gleichungen.....	22
A.12.06 Nullstellen-Findung durch Substituieren.....	23
A.12.07 Nullstellen-Findung mittels Polynomdivision.....	24
A.12.09 Sonstige Fälle.....	26
<b>A.13 Ableitungen</b> .....	<b>28</b>
A.13.01 Ableitungen von einfachen Funktionen.....	28
A.13.02 Einfache Wurzeln und Brüche.....	29
A.13.03 Ableitungen von Verkettungen (Kettenregel).....	31
A.13.04 Ableitungen von Produkten (Produktregel).....	32
A.13.05 Ableitungen von Brüchen (Quotientenregel).....	33
A.13.06 Kombination der Ableitungsregeln.....	33
<b>A.14 Stammfunktionen</b> .....	<b>35</b>
A.14.01 Integrieren von ganzrationalen Funktionen.....	35
A.14.02 einfache Wurzeln und Brüche.....	36
A.14.03 Integrieren von einfachen verketteten Funktionen.....	38
A.14.04 Stammfunktionen, die zum $\ln()$ führen.....	40
<b>A.15 Tangenten und Normalen</b> .....	<b>41</b>
A.15.01 Methode 1: Berechnung über $y = m \cdot x + b$ .....	42
A.15.02 Methode 2: Über Tangenten- und Normalengleichung.....	43
A.15.03 Wendetangente und Wendenormale.....	44
A.15.04 Unbekannter Berührungspunkt (Tangente von außen).....	46
A.15.05 kurze Beispielaufgabe.....	47
<b>A.16 Asymptoten</b> .....	<b>48</b>
A.16.01 Überblick.....	48
A.16.02 Asymptoten für Dummies.....	49
<b>A.17 Symmetrie von Funktionen</b> .....	<b>50</b>
A.17.01 Symmetrieregeln für Weicheier.....	51

A.17.02 Symmetrie zum Ursprung und zur $y$ -Achse.....	51
A.17.03 Symmetrie zu Punkten und Achsen über Formeln.....	53
A.17.04 Symmetrie zu Punkten und Achsen über Verschieben.....	54
A.17.05 Symmetrie von Ableitungen.....	56
<b>Interpretation eines deutschen Volksliedes</b> .....	<b>57</b>
<b>A.18 Integrale und Flächeninhalte</b> .....	<b>58</b>
A.18.01 Überblick.....	58
A.18.02 Fläche mit der $x$ -Achse.....	59
A.18.03 Flächen zwischen zwei Funktionen.....	60
A.18.04 Fläche zwischen drei Funktionen.....	62
A.18.05 Uneigentliche Integrale.....	63
A.18.06 Rotationsvolumen von Funktionen um die $x$ -Achse.....	64
A.18.07 Mittelwerte bzw. Durchschnittswerte.....	67
A.18.08 Dreiecksflächen.....	68
A.18.09 Zusammengesetzte Funktionen.....	69
A.18.10 Integralfunktionen.....	69
A.18.11 A Gerade dreht sich um de Aksä.....	71
<b>A.19 Übersicht über die Funktionsanalyse</b> .....	<b>74</b>
A.19.01 Beispiel 1.....	76
A.19.02 Beispiel 2.....	76
A.19.03 Beispiel 3.....	76
A.19.04 Beispiel 4.....	76
<b>Analysis – Tiefere Einblicke</b> .....	<b>85</b>
<b>A.21 Extremwertaufgaben</b> .....	<b>85</b>
A.21.01 Überblick.....	85
A.21.02 reale Anwendungen.....	86
A.21.03 Maximale Dreiecks- und Rechtecksfläche.....	90
A.21.04 Umfang.....	93
A.21.05 Maximales Kegel- und Zylindervolumen.....	94
A.21.06 Maximaler Abstand zweier Funktionen.....	97
A.21.07 Abstand Punkt-Funktion.....	98
A.21.08 Abstand Punkt-Funktion mit GTR/CAS.....	100
A.21.09 Hässliches.....	101
<b>A.22 Schnittwinkel zwischen Funktionen</b> .....	<b>105</b>
A.22.01 Berühren und senkrecht schneiden.....	105
A.22.02 Schnittwinkel zwischen zwei Funktionen.....	107
A.22.03 Schnittwinkel über Schnittwinkelformel.....	108
<b>A.23 Verschieben, Strecken, Spiegeln</b> .....	<b>110</b>
A.23.01 Verschieben.....	110
A.23.02 Strecken.....	111
A.23.03 Spiegeln an Koordinatenachsen.....	112
A.23.04 Spiegeln über Formel.....	113
A.23.05 Spiegeln über Verschieben.....	114
<b>Blöde Sprüche</b> .....	<b>116</b>
<b>A.24 Funktionsscharen</b> .....	<b>117</b>
A.24.01 Ortskurven.....	117

A.24.02 Funktionsanalyse (von Hand oder mit GTR).....	121
A.24.03 Funktionsanalyse mit CAS.....	131
A.25 Stetigkeit und Differenzierbarkeit.....	138
A.25.01 Stetigkeit und Differenzierbarkeit von Funktionstypen.....	139
A.25.02 Abschnittsweise definierte Funktionen).....	142
A.25.03 Definition von stetig und differenzierbar.....	144
A.26 Ungleichungen.....	149
A.26.01 einfache, lineare Ungleichungen (unterstes Niveau).....	149
A.26.02 quadratische Ungleichungen.....	150
A.26.03 Ungleichungen höherer Potenz.....	151
A.26.04 Bruch-Ungleichungen mit Fallunterscheidung.....	152
A.26.05 komplizierte Brüche.....	154
A.27 Schaubilder von Funktionen.....	157
A.27.01 Standard-Funktionen.....	157
A.27.02 Zuordnung von Schaubildern.....	162
A.27.03 Zusammenhang zwischen Funktion und Ableitung.....	165
A.27.04 Aussagen über $f(x)$ anhand des Schaubilds von $f'(x)$ .....	173
A.30 Wachstum.....	177
A.30.01 Lineares Wachstum.....	177
A.30.02 Differenzialgleichung.....	179
A.30.03 Exponentielles Wachstum.....	180
A.30.04 Exponentielles Wachstum (mit DGL).....	182
A.30.05 Begrenztes Wachstum.....	184
A.30.06 Beschränktes (begrenzt) Wachstum (mit DGL).....	186
Übungsaufgaben mit Lösungen zu Wachstum.....	189
A.31 Transferaufgaben.....	203
A.31.01 Bestandsänderungen.....	203
A.31.02 Funktionsanpassung.....	209
A.31.03 Physikaufgaben.....	212
A.31.04 Schaubilder als Funktionen.....	220
<b>Analysis – Verschiedene Funktionstypen.....</b>	<b>231</b>
A.41 Exponential-Funktionen.....	231
A.41.01 Nullstellen (einfach).....	232
A.41.02 Nullstellen (Herausforderung).....	232
A.41.03 Ableitungen (Basiswissen).....	233
A.41.04 Ableitungen (Herausforderung).....	234
A.41.05 Integrieren (Basiswissen).....	235
A.41.06 Integrieren (Herausforderungen).....	235
A.41.07 Asymptoten.....	239
A.41.08 Asymptoten (Herausforderung).....	243
A.41.09 von der Funktionsgleichung zum Schaubild.....	244
A.41.10 vom Schaubild zur Funktionsgleichung.....	246
A.41.11 Funktionsanalyse von e-Funktionen.....	248
A.42 Trigonometrische Funktionen.....	256

A.42.01 Die Periode.....	257
A.42.02 einfache Gleichungen lösen.....	258
A.42.03 komplexe Gleichungen lösen.....	261
A.42.04 Ableitungen (Basiswissen).....	264
A.42.05 Ableitungen (Herausforderung).....	265
A.42.06 Integrieren (Basiswissen).....	267
A.42.07 Integrieren (Herausforderung).....	267
A.42.08 Grundfunktion $a \cdot \sin(b[x-c]) + d$ .....	269
A.42.09 von Funktionsgleichung zum Schaubild.....	270
A.42.10 vom Schaubild zur Funktionsgleichung.....	273
A.42.11 Funktionsanalyse.....	274
A.46 Ganzrationale Funktionen.....	282
A.46.01 Polynomdivision.....	282
A.46.02 Horner-Schema.....	285
A.46.03 Zerlegung in Linearfaktoren.....	287
A.46.03.a Faktorzerlegung durch Ausklammern und binomische Formeln.....	287
A.46.03.b Faktorzerlegung durch Berechnung der Nullstellen.....	288
A.46.04 Polynome über die Nullstellen aufstellen.....	289
A.46.05 Aufstellen von Funktionen.....	292
Unnützes Wissen.....	296
Übungsaufgaben zum Selberrechnen.....	297
zu Kap.A.12, Nullstellen.....	297
zu Kap.A.13, Ableitungen.....	297
zu Kap.A.14, Stammfunktionen.....	298
zu Kap.A.15, Tangenten.....	299
zu Kap.A.17, Symmetrie.....	300
zu Kap.A.18, Integrale.....	301
zu Kap.A.19, Funktionsanalyse.....	303
zu Kap.A.21, Extremwertaufgaben.....	303
zu Kap.A.22, Schnittwinkel, Berühren.....	305
zu Kap.A.23, Verschieben, Strecken, Spiegeln.....	306
zu Kap.A.24, Kurvenscharen.....	307
zu Kap.A.25, Stetigkeit.....	308
zu Kap.A.26, Ungleichungen.....	308
zu Kap.A.27, Schaubilder.....	309
zu Kap.A.30, Wachstum.....	310
zu Kap.A.31, Transferaufgaben.....	313
zu Kap.A.41, Exponentialaufgaben.....	314
zu Kap.A.42, sin- und cos-Funktionen.....	317
zu Kap.A.46, ganzrationale Funktionen.....	319
Lösungen zu den Übungsaufgaben.....	323
Stichwortverzeichnis.....	349